



# ΣΥΜΒΟΛΗ

στα μαθήματα  
της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης



Τεύχος 6 - Ιούλιος-Δεκέμβριος 2018

## Της συντάξεως

Το πρώτο αυτονόητο ερώτημα για κάθε εκπαιδευτικό οι-ασδήποτε ειδικότητας, όταν τελειώνει το σχολικό έτος, πρέ-πει να είναι το εάν και κατά πόσο τηρήθηκε η συνταγματική σχετικά με το σκοπό της παιδείας επιταγή, δηλ. εάν «διέ-πλασε ελεύθερους και υπεύθυνους πολίτες» (Σύντ. 16,2). Υποβάλλοντας πρόσφατα το ερώτημα προς συναδ. εκπ/κούς ή/και διευθυντές σχολικών μονάδων με αντιμετώπισαν μάλ-λον με κάποιο σκεπτικισμό. Εύλογα, δεδομένου ότι δεν υφί-σταται ούτε ένα μικρό κεφάλαιο σε κάποιο διδακτικό εγχειρίδιο, που να περιγράφει ή έστω να θίγει τον τρόπο επι-τυχίας του συνταγματικού σκοπού της παιδείας. Πού οφεί-λεται αυτό;

Στην εποχή μας υφίστανται ποικίλες αντιλήψεις περί ελευθερίας, από τις πιο «ζωώδεις-κτηνώδεις» μέχρι τις πιο πνευματικές! Είναι μάλλον κτηνώδης λ.χ. η διαδεδομένη αν-τίληψη πολλών ότι «έχοντας χρήματα είμαι ελεύθερος να κάνω ό,τι θέλω», που βέβαια συνιστά συγχρόνως αντίληψη

περί ευδαιμονίας. Στην ελληνική γραμματεία όμως όλων των εποχών, από την παλαιά ελληνική μέχρι τη σημερινή, προ-βάλλεται, τουλάχιστο μεταξύ των πεπαιδευμένων, η αντί-ληψη ότι προϋπόθεση της προσωπικής ελευθερίας είναι η αυτοπειθαρχία, η απαλλαγή από την ιδιοτέλεια, η αρετή: «Ελεύθερον αδύνατον είναι τον πάθει δουλεύοντα και υπό παθών κρατούμενον». Και προϋπόθεση της αληθινής ευ-δαιμονίας είναι η ελευθερία: «Το εύδαιμον το ελεύθερον το δ' ελεύθερον το εύψυχον». Τα επιστημονικά άρθρα του πα-ρόντος βου τεύχους της «Συμβολής», που απευθύνονται κυ-ρίως σε μαθηματικούς, μουσικολόγους και φιλόλογους αλλά και σε κάθε ανήσυχο περί τήν πνευματική πορεία της εκπαί-δευσης, αναφέρονται -έστω έμμεσα- στο «εύψυχον», αφού έχουν ως προέλευση και απώτερο στόχο την πνευματική μας καλλιέργεια και τελειοποίηση.

I.N. Ηλιούδης, δ.Φ  
Σχολ.Σύμβ.Φιλολόγων Λάρισας

## Περιεχόμενα

### Διδακτική Αξιοποίηση Ψηφιακού Περιβάλλοντος στη Μουσική

της Βασιλικής Κοσμάνου-Λιακατά,  
Εκπαιδευτικού στο Μουσικό Σχολείο Λάρισας, Μουσικολόγου (Α.Π.Θ.),  
MSc Οργάνωση και Διοίκηση της Εκπαίδευσης (Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας) - Σελ. 2

### Ετυμολογία λέξεων της απλοελληνικής θεωρουμένων ως τουρκικής προέλευσης

του I.N.Ηλιούδη, δ.Φ, Σχολ. Σύμβουλου Φιλολόγων Λάρισας- Σελ. 3

### Μαθηματικά Ομάδων Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών - Οικονομίας & Πληροφορικής

του Παναγιώτου Κων/νου, MSc Μαθηματικών, MSc Οργάνωση και Διοίκηση της Εκπαίδευσης - Σελ. 4-7

Γραφείο Σχολικών Συμβούλων Β/θμιας Εκπ/σης Λάρισας

email: grss@dide.lar.sch.gr

Τεχνική Επιμέλεια: Ρούσσας Γεώργιος, καθηγητής Πληροφορικής Γυμνασίου Φαλάνης

# Διδακτική Αξιοποίηση Ψηφιακού Περιβάλλοντος στη Μουσική

της Βασιλικής Κοσμάνου-Λιακατά,  
Εκπαιδευτικού στο Μουσικό Σχολείο Λάρισας, Μουσικολόγου (Α.Π.Θ.),  
MSc Οργάνωση και Διοίκηση της Εκπαίδευσης (Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας)

Αναμφισβήτητα, οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας έχουν εισαχθεί στην εκπαίδευση, μετασχηματίζοντας τον τρόπο διδασκαλίας και μάθησης. Στο παρόν άρθρο εν συντομία παρουσιάζονται τα θετικά χαρακτηριστικά της χρήσης Ψηφιακών Λογισμικών Μουσικής, καθώς και τα οφέλη που αποκομίζουν εκπαιδευτικοί και μαθητές από τη διαδικασία αυτή.

Η παραδοσιακή διδασκαλία του μαθήματος της Αρμονίας και του Ελέγχου Μουσικών Ακουστικών Ικανοτήτων στο Μουσικό Σχολείο (από την Γ΄ Γυμνασίου ως την Γ΄ Λυκείου) μπορεί να εμπλουτιστεί με τη χρήση ψηφιακών λογισμικών μουσικής που έχουν πολλά οφέλη για τους μαθητές. Μεταξύ αυτών είναι ο προσωπικός ρυθμός μελέτης και εξάσκησης του παιδιού στο εκάστοτε ψηφιακό περιβάλλον, η άμεση απόκριση της προόδου του παιδιού και η ατομική ανατροφοδότησή του, η δυνατότητα σύνδεσης με άλλες πηγές πληροφοριών (π.χ. cd-rom, video) χρήσιμες για τη μελέτη του αντικειμένου της μουσικής.

Πολλά είναι εκείνα τα ψηφιακά μουσικά περιβάλλοντα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Κύρια θετικά χαρακτηριστικά τους είναι α) η συνεργατική δημιουργία μουσικής online, β) η συμβολή στην ανάπτυξη επικοινωνιακών δεξιοτήτων, γ) η εγγραφή μουσικής με τη χρήση καναλιών φωνής και μουσικών οργάνων, δ) η παρακολούθηση από εκπαιδευτικούς και μαθητές των πιο πρόσφατων προγραμμάτων σπουδών μέσω μουσικής, γλώσσας, εκπαίδευσης αλφαριθμητισμού και άλλων ηχογραφήσεων, ε) η προσέγγιση της έννοιας της κονσόλας (του μείκτη καναλιών).

Στην παρούσα μελέτη θα παρουσιαστεί η εφαρ-

μογή ενός Ψηφιακού Περιβάλλοντος (Ψ.Π.) στο μάθημα της **Αρμονίας της Α΄ Λυκείου** Μουσικού Σχολείου στην ενότητα: **Συνδέσεις κύριων βαθμίδων**. Τα βήματα της διδασκαλίας που προτείνονται:

- Οι μαθητές καλούνται να λύσουν ένα θέμα αρμονίας συνεργατικά στο τετράδιο πενταγράμμων
- Στη συνέχεια ηχογραφούν (με το Ψ.Π.) κάθε φωνή τραγουδώντας είτε σε ομάδες φωνών (soprano, alto, tenoro, basso) είτε ατομικά, προσθέτοντας στην κονσόλα ίχνη (tracks)
- Επειτα, μπορούν να προσθέσουν ρυθμικά μοτίβα με τη λειτουργία των loops που δίνουν τα Ψ.Π.
- Επικοινωνώντας στο διαδίκτυο με άλλους μαθητές άλλων τμημάτων μπορούν να συγκρίνουν τις μεταξύ τους επιλύσεις θεμάτων αρμονίας, αλλά και τις ηχογραφήσεις, ως προς την ορθοφωνία, την ενορχήστρωση και την ερμηνεία
- Ο εκπαιδευτικός μπορεί να παρακολουθεί τις λύσεις των μαθητών και να δίνει βοήθεια αν χρειάζεται ή ανατροφοδότηση μετά την ολοκλήρωση της ηχογράφησης.

Επομένως, οι μαθητές με τη χρήση Ψηφιακού Περιβάλλοντος αποκτούν δεξιότητες σύνθεσης, ανάλυσης και δομής της αρμονίας, αναπτύσσουν δεξιότητες πάνω στη χρήση του ΗΥ στο συγκεκριμένο Ψ.Π. και επικοινωνούν μεταξύ τους δημιουργώντας μουσικούς διαλόγους, περνούν απευθείας από τη θεωρία στην πράξη (learning by doing) και παράλληλα έχουν την άμεση μουσική και τεχνική στήριξη από τον εκπαιδευτικό, ο οποίος αποκτά ρόλο συνεργάτη και βοηθού στην παραγωγή της γνώσης.



## Ετυμολογία λέξεων της απλοελληνικής θεωρουμένων ως τουρκικής προέλευσης\*

του **Ι.Ν. Ηλιούδη, δ.φ. Σχολ. Σύμβουλου Φιλολόγων Λάρισας**

Στο λεξιλόγιο της απλοελληνικής ομιλουμένης συχνά χρησιμοποιούνται λέξεις, για τις οποίες υπάρχει η εντύπωση ότι είναι τουρκικής προέλευσης, ενώ στην πραγματικότητα είναι παρεφθαρμένες ελληνικές. Ενδεικτικά λοιπόν επισημαίνονται:

- 1 **Αγάς** < (ομηρ.) Αγός = ηγεμών, αρχηγός. Το αγ-άς προκύπτει ως δημώδης λέξη με τη μεγεθυντική κατάληξη -άς<sup>1</sup>.
- 2 **Αλάνα** < \*αλώνα < αλώνι < Αλων-ος<sup>2</sup>.
- 3 **Γκέμι** < κημ-ός (πρβλ. «εν κημώ και χαλινώ» Ψαλμ.31). Παρατηρητέον ότι «κατά συνέπειαν» εκφωνούμενη η φράση «ενκημώ» ακούγεται «εγκημώ»!<sup>3</sup>.
- 4 **Γλέντι** < καλένδαι (> \*γκ(α)λένδαι > \*γκλένδαι > γλέντι)<sup>4</sup>.
- 5 **Κατσικά**, -ίκι < Αίγα (> \* αιγ-άκι > \*αιγάτσι > \*(αι)γατσ-ίκι > κατσίκι)<sup>5</sup>.
- 6 **Καζάνι** < κάδος (> \*καδ-άνι > καζάνι)<sup>6</sup>.
- 7 **Λαπάς** < λοπάς (με προληπτική αφομοίωση)<sup>7</sup>.

8 **Λελέκι**, -κας < Λέλεγες (Μικρασιατικό φύλο χαρακτηριζόμενο ως «πλάνητες» από του αρχαίους συγγραφείς, οπότε κατά μεταφοράν «ομοιότητος ένεκα» > λέλεκας, -κι)<sup>8</sup>.

9 **Λεμόνι** < Λειμώνος, -νι (ως το κατ'εξοχήν εύοσμο του λειμώνος) και φυσικά γραπτέον λειμώνι αντί λεμόνι<sup>9</sup>.

10 **Τσιράκι** < (μεσκ.) κύρ-ης (<κύριος) με υποκορ. κατάληξη -άκι και με τσιτακισμό > τσιράκι (και συνεπώς γραπτέον με υ)<sup>10</sup>.

11 **Μπαλτάς** < παλτός, -όν (> \*παλτάς > μπαλτάς)<sup>11</sup>.

12 **Μπουρί** < πόρος (> \*πουρί > μπουρί (αλλ. γένους, κώφωση, δάσυνση)<sup>12</sup>.

Και ταύτα μεν προς ώρας. Ευτυχώς δε που υπάρχουν και ξένοι μελετητές που υποστηρίζουν την ελληνική προέλευση λέξεων θεωρουμένων ως τουρκικών<sup>13</sup>.



<sup>1</sup> Ν.Π.Ανδριώτη, Ετυμολογικό Λεξικό της Κοινής Νεοελληνικής, Θεσσαλονίκη 1988, σελ.31 από το τουρκ.aga. Πρβλ. Γ.Μπαμπινιώτη, Ετυμολογικό Λεξικό της Νέας Ελληνικής Γλώσσας, Αθήνα 2010, σ.56.

<sup>2</sup> Ο Ανδριώτης, ό.π.σ.12 από το τουρκ.alan (=πέραςμα μέσα από δάσος), πρβλ και Μπαμπινιώτη, ό.π., σ.92.

<sup>3</sup> Βλ.Ανδριώτη, ό.π.σ.67 από το τουρκ.gem, πρβλ.Μπαμπινιώτη,ό.π., σ.305

<sup>4</sup> Βλ. Ανδριώτη, ό.π.σ.68 «γλέντι < τουρκ.eglenmek», πρβλ.Μπαμπινιώτη, ό.π.σ.309, Μ.Γαβριηλίδου κ.ά., Ερμηνευτικό Λεξικό Ν.Ελλ. ΟΕΔΒ, Αθήνα 2008, σ.89

<sup>5</sup> Βλ.Ανδριώτη, ό.π.σ.156, «κατσίκι<αλβ.kats ή τουρκ.keci». Πρβλ.Μπαμπινιώτη, 659, Ι.Ν.Ηλιούδης, «Καλοπετεινός>τσαλαπετεινός και άλλες ετυμολογικές ερμηνείες...», Νέα Εστία (τ.1737) Σεπτ.2001, σ.347

<sup>6</sup> Βλ.Ανδριώτη, 138 «καζάνι <τουρκ.kazan», πρβλ. Ι.Ν.Ελιούδης «Α propos de l'etymologie des mots κτήνος, ζερβός, φλογέρα, καζάνι», Αθηνά ΠΒ(2000) 232 και Μπαμπινιώτη, 602.

<sup>7</sup> Βλ.Ανδριώτη, ό.π.182 «λαπάς < τουρκ.lapa», πρβλ. Μπαμπινιώτη,761.

<sup>8</sup> Βλ.Ανδριώτη, ό.π.σ.184 «λελέκι < τουρκ.leylek», πρβλ.Μπαμπινιώτη,770.

<sup>9</sup> Ανδριώτη,ο.π. «λεμόνι < ιταλ.limone < περσ.limun, πρβλ.Μπαμπινιώτη, ό.π.

<sup>10</sup> Ανδριώτη, ό.π.σ.382 «τσιράκι = μαθητευόμενος < τουρκ.cirak», πρβλ. Μπαμπινιώτη, 1469

<sup>11</sup> Ανδριώτη, ό.π.218 «μπαλτάς < τουρκ. balta», πρβλ. Μπαμπινιώτη, 898.

<sup>12</sup> Ανδριώτη,ό.π.222 «μπουρί<τουρκ. bogu», πρβλ. Μπαμπινιώτη, 898

<sup>13</sup> Πρβλ. Α. Maidhof, Ruckwanderer aus den islamitischen Sprachen im Neugriechischen (Smyrna und Umgebung),Glotta 10(1920)7-22.

\* Δημοσιεύτηκε στην εφημ. ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ (Λάρισα) 30-11-16 και σε εκπαιδευτικά ιστολόγια esos.gr, alfavita.gr κ.ά. Εδώ αναδημοσιεύεται η εργασία βελτιωμένη

# Μαθηματικά Ομάδων Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών - Οικονομίας & Πληροφορικής

του Παναγιώτου Κων/νου, MSc Μαθηματικών  
MSc Οργάνωση και Διοίκηση της Εκπαίδευσης

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία απευθύνεται σε μαθητές της Γ' Λυκείου. Περιλαμβάνει τη θεωρία των μαθηματικών ομάδων προσανατολισμού θετικών σπουδών, οικονομίας & πληροφορικής υπό μορφή ερωτήσεων και σχολίων, κάποιες χρήσιμες προτάσεις και ένα οδηγό επανάληψης με βάση το σχολικό βιβλίο.

## ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

1. Αν μία συνεχής συνάρτηση ορισμένη σε ένα ανοιχτό διάστημα  $(\sigma_1, \sigma_2)$  έχει την ιδιότητα

$$\lim_{x \rightarrow \sigma_1} f(x) = -\infty \text{ και } \lim_{x \rightarrow \sigma_2} f(x) = +\infty$$

τότε το σύνολο τιμών της  $f$  είναι το  $\mathfrak{R}$

2. Για κάθε  $x > 0$  ισχύει  $\ln x \leq x-1$  και η ισότητα ισχύει μόνο για  $x = 1$
3. Για κάθε  $x \in \mathfrak{R}$  ισχύει  $e^x \geq x+1$  και η ισότητα ισχύει μόνο για  $x = 0$
4. Αν οι συναρτήσεις είναι ορισμένες σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $g(x) < m$  για όλα τα  $x \in \Delta$  και  $\lim_{x \rightarrow \sigma} f(x) = 0$  τότε  $\lim_{x \rightarrow \sigma} f(x)g(x) = 0$
5. Η συνάρτηση  $|x|$  έχει για  $x \neq 0$  παράγωγο  $\frac{|x|}{x} = \frac{x}{|x|}$  ενώ στο 0 δεν παραγωγίζεται
6. Αν  $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathfrak{R}$ , είναι συνεχής και  $f(\alpha)f(\beta) \leq 0$ , τότε η  $f$  έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο  $[\alpha, \beta]$
7. Αν η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα τότε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων της  $f$  και της αντίστροφης της  $f^{-1}$ , εφόσον υπάρχουν, ανήκουν στην ευθεία  $y = x$
8. Εστω  $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathfrak{R}$  συνεχής
- i. Αν η  $f$  είναι άρτια, τότε  $\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)dx = 2 \int_0^{\alpha} f(x)dx$
- ii. Αν η  $f$  είναι περιττή, τότε  $\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x)dx = 0$
11.  $(e^{\varphi x})' = 1 + e^{\varphi^2 x}$

12. Η συνάρτηση  $x \ln x - x$  είναι μία αρχική της  $\ln x$
13. Εστω ότι ισχύει  $f(x) \leq g(x)$  κοντά στο  $\sigma$ . Ισχύουν τα επόμενα:

i.  $\lim_{x \rightarrow \sigma} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \sigma} g(x) = +\infty$

ii.  $\lim_{x \rightarrow \sigma} g(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \sigma} f(x) = -\infty$

14. Εστω  $f$  μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα  $[\alpha, \beta]$ . Αν  $f(x) \geq 0$  για κάθε  $x \in [\alpha, \beta]$  και η συνάρτηση  $f$  δεν είναι παντού μηδέν στο διάστημα αυτό, τότε

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0$$

15. Αν για τις συναρτήσεις  $f, g$  που είναι ορισμένες και συνεχείς στο διάστημα  $[\alpha, \beta]$  ισχύει  $f(x) \geq g(x)$  για όλα τα  $x$  και  $f \neq g$ , τότε

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > \int_{\alpha}^{\beta} g(x)dx$$

16. Αν μία συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε μεταξύ δύο ριζών της  $f$  βρίσκεται μία τουλάχιστον ρίζα της παραγώγου  $f'$
17. Αν η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα και  $f(x_1) < f(x_2)$  τότε είναι και  $x_1 < x_2$
18. Μία γνησίως μονότονη συνάρτηση έχει το πολύ μία ρίζα
19. Αν η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα, τότε και η  $f^{-1}$  είναι γνησίως αύξουσα
20. Οι παραγωγίσιμες συναρτήσεις  $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  με την ιδιότητα  $f' = f$  είναι ακριβώς εκείνες της μορφής  $f(x) = ce^x$ , όπου  $c$  σταθερά
21. Αν  $\lim_{x \rightarrow \sigma} |f(x)| = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \sigma} f(x) = 0$
22. Αν για μία παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f$  ισχύει  $f'(x) \geq 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο  $x$  του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι αύξουσα στο  $\Delta$ .
23. Μία γνησίως μονότονη συνάρτηση  $f$  ορισμένη σε ένα ανοιχτό διάστημα  $\Delta$  δεν έχει ακρότατα

# ΟΔΗΓΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το πρώτο κεφάλαιο πρέπει να είναι σε θέση

1. Να μπορεί να βρίσκει από τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης
  - ✓ το πεδίο ορισμού της
  - ✓ το σύνολο τιμών της
  - ✓ την τιμή της σε ένα σημείο  $x_0$
2. Να γνωρίζει τις γραφικές παραστάσεις των βασικών συναρτήσεων
3. Να μπορεί να βρίσκει το άθροισμα, το γινόμενο το πηλίκο και τη σύνθεση απλών συναρτήσεων
4. Να γνωρίζει την έννοια της συνάρτησης 1-1, τις βασικές ιδιότητές της και να μπορεί να βρίσκει την αντίστροφη μιας απλής συνάρτησης. Να γνωρίζει, επιπλέον, ότι οι γραφικές παραστάσεις δύο αντίστροφων συναρτήσεων είναι συμμετρικές ως προς τη διχοτόμο της πρώτης και τρίτης γωνίας των αξόνων
5. Να μπορεί να εκφράζει με τη βοήθεια συνάρτησης τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται οι τιμές δύο μεγεθών σε διάφορα προβλήματα
6. Να μπορεί να βρίσκει το όριο μίας συνάρτησης στο  $x_0 \in \mathbb{R}$ , όταν δίνεται η γραφική της παράσταση
7. Να γνωρίζει τις ιδιότητες του ορίου συνάρτησης και με τη βοήθειά τους να υπολογίζει τα όρια απλών συναρτήσεων
8. Να μπορεί να διαπιστώνει την ύπαρξη μη πεπερασμένων ορίων συναρτήσεων από τη γραφική τους παράσταση.
9. Να μπορεί να υπολογίζει τα όρια πολυωνυμίων ή ρητών συναρτήσεων στο  $+\infty$  και στο  $-\infty$
10. Να γνωρίζει τις γραφικές παραστάσεις της εκθετικής και της λογαριθμικής συνάρτησης και τα όρια τα σχετικά με τις συναρτήσεις αυτές
11. Να γνωρίζει την έννοια της ακολουθίας και την έννοια του ορίου ακολουθίας
12. Να γνωρίζει την έννοια της συνέχειας συνάρτησης σε σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της
13. Να αναγνωρίζει την συνέχεια μιας συνάρτησης  $f$  σε σημείο ή διάστημα από τη γραφική της παράσταση
14. Να γνωρίζει τις βασικές συνεχείς συναρτήσεις και ότι το άθροισμα, η διαφορά, το γινόμενο, το πηλίκο καθώς και η σύνθεση συνεχών συναρτήσεων είναι συνεχής συνάρτηση
15. Να γνωρίζει τα βασικά θεωρήματα Bolzano, ενδιάμε-

σης τιμής και μέγιστης-ελάχιστης τιμής όταν η συνάρτηση ορίζεται σε κλειστό διάστημα και να μπορεί να τα εφαρμόζει στην εύρεση του προσήμου μιας συνεχούς συνάρτησης, στην εύρεση του συνόλου τιμών και του πλήθους των ριζών συναρτήσεων των οποίων είναι γνωστά τα διαστήματα μονοτονίας και το είδος της μονοτονίας

## Βασικές Ασκήσεις

### Μονοτονία-Αντίστροφη συνάρτηση

- Πεδίο ορισμού
  - ✓ σελ. 16 εφαρμογή
  - ✓ σελ. 27 άσκηση 1,5
  - ✓ σελ. 29 άσκηση 2,3,4 ( Β' Ομάδα)
- Γραφική παράσταση
  - ✓ σελ. 22 εφαρμογή
  - ✓ σελ. 27 άσκηση 2,3, 6
  - ✓ σελ. 28 άσκηση 7
- Πράξεις με συναρτήσεις
  - ✓ σελ.28 άσκηση 8
- Σύνθεση συναρτήσεων
  - ✓ σελ. 25- 26 εφαρμογή σχόλια
  - ✓ σελ. 28 άσκηση 11,12
  - ✓ σελ. 30 άσκηση 6,7,8,9
- Μονοτονία συνάρτησης
  - ✓ σελ. 38 άσκηση 1
  - ✓ σελ. 39 άσκηση 4

### Ένα προς ένα (1-1)

- Αντίστροφη συνάρτηση
  - ✓ σελ. 37 εφαρμογή
  - ✓ σελ. 38 άσκηση 2

### Όρια -Συνέχεια

- Ιδιότητες Ορίου
  - ✓ σελ. 56 άσκηση 2
  - ✓ σελ. 58 άσκηση 4
  - ✓ σελ. 64 άσκηση 4
  - ✓ σελ. 68 άσκηση 1
- Μορφή 0/0
  - ✓ σελ. 57 άσκηση 4
  - ✓ σελ.57- 58 άσκηση 1 ( Β' Ομάδα)
- Ασκήσεις με απόλυτα
  - ✓ σελ.58 άσκηση 2
  - ✓ σελ. 69 άσκηση 1 (Β' Ομάδα)
- Κριτήριο παρεμβολής
  - ✓ σελ. 57 άσκηση 8

- Τριγωνομετρικά Ορια
  - ✓ σελ. 57 άσκηση 6,7
- Μορφή  $\alpha/0$ 
  - ✓ σελ. 63 άσκηση 1,2
  - ✓ σελ. 64 άσκηση 2
- Μορφή  $\infty/-\infty$ 
  - ✓ σελ. 69 άσκηση 3i, iii (Α' Ομάδα)
- Μορφή  $\infty -\infty$ 
  - ✓ σελ. 69 άσκηση 3ii
- Παραμετρικές ασκήσεις
  - ✓ σελ. 57 άσκηση 9
  - ✓ σελ. 67 άσκηση 3
  - ✓ σελ. 69 άσκηση 1,2,3 ( Β' Ομάδα)

### Συνέχεια συνάρτησης

- ✓ σελ. 80 άσκηση 4,5
- ✓ σελ. 81 άσκηση 2,3 ( Β' ομάδα)
- Θεώρημα Bolzano
  - ✓ σελ. 80- 81 άσκηση 6,7,8,9 ( Α' Ομάδα)
  - ✓ σελ. 81 άσκηση 4 (Β' Ομάδα)
  - ✓ σελ. 82 άσκηση 5,6,7,8
- Θεώρημα Ενδιάμεσων Τιμών
- Σύνολο Τιμών
  - ✓ σελ. 81 άσκηση 10
- Ερωτήσεις κατανόησης
  - ✓ σελ. 83-85

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το πρώτο κεφάλαιο πρέπει να είναι σε θέση

1. Να γνωρίζει τον ορισμό της παραγώγου συνάρτησης σε ένα σημείο  $x_0$  και να τον ερμηνεύει ως ρυθμό μεταβολής
2. Να γνωρίζει τις έννοιες ταχύτητα και επιτάχυνση κινητού, οριακή είσπραξη, οριακό κόστος και οριακό κέρδος
3. Να γνωρίζει σε ποια σημεία της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης ορίζεται εφαπτομένη και να μπορεί κάθε φορά να σχηματίζει την εξίσωσή της
4. Να γνωρίζει
  - ✓ Οτι κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση σε σημείο  $x_0$  είναι συνεχής στο σημείο αυτό
  - ✓ τις παραγώγους βασικών συναρτήσεων
  - ✓ τον κανόνα της αλυσίδας και
  - ✓ να μπορεί με τη βοήθειά τους να βρίσκει παραγώγους συναρτήσεων
  - ✓ τα θεωρήματα: Rolle, Μέσης Τιμής και Fermat

- και να μπορεί να τα εφαρμόζει σε απλές ασκήσεις
- 5. Να μπορεί να προσδιορίζει τα διαστήματα στα οποία μια συνάρτηση είναι:
  - ✓ Σταθερή
  - ✓ Γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα
  - ✓ Κυρτή ή κοίλη
  - ✓ και να βρίσκει
    - i. τα τοπικά ακρότατα
    - ii. τα σημεία καμψής
- 6. Να μπορεί να βρίσκει το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης και το σύνολο λύσεων μιας εξίσωσης  $f(x) = 0$
- 7. Να μπορεί να εφαρμόζει τους κανόνες de L' Hospital στον υπολογισμό ορίων
- 8. Να μπορεί να βρίσκει τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης
- 9. Να μπορεί να χαράζει τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης με τη βοήθεια των παραγώγων

### Βασικές ασκήσεις

#### Παράγωγος

- Ορισμός Παραγώγου
  - ✓ σελ. 102 άσκηση 2,4 (Α' Ομάδα)
  - ✓ σελ. 103 άσκηση 5,6,7,8
  - ✓ σελ. 110 άσκηση 1 (Β' Ομάδα)
  - ✓ σελ. 122 άσκηση 7
- Παράγωγος συνάρτησης
  - ✓ σελ. 120 άσκηση 4
  - ✓ σελ. 121 άσκηση 12,,13,14
  - ✓ σελ. 122 άσκηση 5,9
- Εφαπτομένη
  - ✓ σελ. 110 άσκηση 2,3,4 (Β' Ομάδα)
  - ✓ σελ. 121 άσκηση 8,9,10, 11
  - ✓ σελ. 122 άσκηση 1,2,3,4
  - ✓ σελ. 123 άσκηση 10,11
- Ρυθμός μεταβολής
  - ✓ σελ. 124 Εφαρμογή 2
  - ✓ σελ. 125 άσκηση 2,3
  - ✓ σελ. 126 άσκηση 5 (Α' Ομάδα)
  - ✓ σελ. 126-127 άσκηση 2,4,5,7,8

#### Θεωρήματα Rolle-ΘΜΤ

- Θεωρητικές ασκήσεις
  - ✓ σελ. 130 εφαρμογές 2,3
- Εξισώσεις (τουλάχιστον μια ρίζα, το πολύ μια ρίζα, μοναδική ρίζα κ.τ.λ)

- ✓ σελ. 129 εφαρμογή 1
- ✓ σελ. 131 άσκηση 1 (Β' Ομάδα)
- Ανισότητες με ΘΜΤ
  - ✓ σελ. 132 άσκηση 2,3,4
  - ✓ σελ. 134 εφαρμογή
  - ✓ σελ. 132 άσκηση 4,5
- Να δείχνουμε ότι η  $f$  είναι σταθερή
  - ✓ σελ. 134 εφαρμογή
  - ✓ σελ. 138 άσκηση 1
  - ✓ σελ. 139 άσκηση 1
- Εύρεση τύπου συνάρτησης
  - ✓ σελ. 175 άσκηση 11
  - ✓ σελ. 190 άσκηση 4 (Α' ομάδα)
  - ✓ σελ. 191 άσκηση 4 (Β' ομάδα)

### Μονοτονία- Τοπικά ακρότατα

- Θεώρημα μονοτονίας
  - ✓ σελ. 138 άσκηση 3,4
  - ✓ σελ. 139 άσκηση 6
- Εύρεση τοπικών- ολικών ακροτάτων
  - ✓ σελ. 150 άσκηση 3,4
  - ✓ σελ. 152 άσκηση 6
- Ανισότητες με μονοτονία-ακρότατα
  - ✓ σελ. 140 άσκηση 7,8
  - ✓ σελ. 148 εφαρμογή 2
  - ✓ σελ. 151 άσκηση 3
  - ✓ σελ. 173 άσκηση 2
  - ✓ σελ. 174 άσκηση 6
- Θεώρημα Fermat
  - ✓ σελ. 150 άσκηση 5
  - ✓ σελ. 151 άσκηση 4
  - ✓ σελ. 174 άσκηση 7
- Σύνολο τιμών
  - ✓ σελ. 137 εφαρμογή 2
  - ✓ σελ. 138 άσκηση 5
  - ✓ σελ. 139 άσκηση 2
- Εξισώσεις
  - ✓ σελ. 138 άσκηση 6
  - ✓ σελ. 139 άσκηση 5
  - ✓ σελ. 149 άσκηση 2
  - ✓ σελ. 151 άσκηση 1,2
- Προβλήματα
  - ✓ σελ. 139 άσκηση 3
  - ✓ σελ. 148 εφαρμογή 3
  - ✓ σελ. 150 άσκηση 8,10
  - ✓ σελ. 152-153 άσκηση 7,8,13

### Κυρτότητα- Σημεία Καμψής

- ✓ σελ. 159 άσκηση 2

- ✓ σελ. 160-161 άσκηση 2,3, 5

### Ασύμπτωτες-Κανόνες De l' Hospital

- ✓ σελ. 167 άσκηση 1,3 (Α' Ομάδα)
- ✓ σελ. 167-168 άσκηση 1,2 (Β' Ομάδα)
- ✓ σελ. 167 άσκηση 4
- ✓ σελ. 168 άσκηση 4,6

### Μελέτη συνάρτησης σελ. 172 άσκηση 3

- Γενικές ασκήσεις
  - ✓ σελ. 174 άσκηση 8,9,10
- Ερωτήσεις κατανόησης
  - ✓ σελ. 177-181

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το κεφάλαιο αυτό θα πρέπει να είναι σε θέση:

1. Να γνωρίζει την έννοια της παράγουσας ή της αρχικής συνάρτησης
2. Να επιλύει προβλήματα στα οποία δίνεται ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους ως προς ένα άλλο και ζητείται η συνάρτηση που εκφράζει τη σχέση των δύο μεγεθών
3. Να γνωρίζει τις στοιχειώδεις ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος και να μπορεί να τις εφαρμόζει
4. Να γνωρίζει το θεμελιώδες Θεώρημα του ολοκληρωτικού λογισμού και να μπορεί να το εφαρμόζει στον υπολογισμό απλών ολοκληρωμάτων
5. Να υπολογίζει τα εμβαδά επιπέδων χωρίων που ορίζονται από τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

### Βασικές ασκήσεις

- Ασκήσεις υπολογισμού
  - ✓ σελ 221, ασκήσεις: 8,9
  - ✓ σελ 222, ασκήσεις: 11,12
  - ✓ σελ 234, ασκήσεις: 1,4
- Εμβαδό επιπέδου χωρίου
  - ✓ σελ 231, ασκήσεις: 3,4 (Α' Ομάδα)
  - ✓ σελ 231-233, ασκήσεις: 1,2,5,12 (Β' Ομάδα)
  - ✓ σελ 234, ασκήσεις: 5,6
  - ✓ σελ 235, ασκήσεις: 8,9
- Γενικές ασκήσεις
  - ✓ σελ 235, άσκηση 10
- Ερωτήσεις κατανόησης
  - ✓ σελ 236-241

